

# 砂の流弾塑性構成式による液状化・流動過程の統一的解析

佐藤忠信<sup>1</sup>・文龍<sup>2</sup>・渦岡良介<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学防災研究所教授 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

<sup>2</sup>学生会員 京都大学大学院土木工学科 (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)

<sup>3</sup>正会員 博士 (工学) 理化学研究所研究員 (〒673-0433 兵庫県三木市福井三木山2465-1)

地盤の液状化・流動化過程に見られる固体・流体状態間の相変化過程を表現できる砂の構成式を提案する。提案する構成式は砂の繰返し弾塑性構成式と Newton 粘性流体構成式を、相変化を表す関数を介して組み合わせたものである。まず、提案した構成式を用いて要素シミュレーションを実施し、構成式の基本的挙動を検証する。つぎに、液状化地盤上の盛土の遠心模型実験を対象としたシミュレーションを実施し、構成式の地盤震動解析への適用性を検討する。

**Key Words :** liquefaction, elasto plastic model, viscous fluid, effective stress analysis, torsional shear test, centrifuge test

## 1. はじめに

1964 年新潟地震では、地盤の液状化が原因と考えられる構造物被害が発生し、その後、工学的な観点から液状化現象のメカニズムや対策工法について研究が行われてきた。地震時の液状化現象は飽和砂地盤が繰返せん断応力を受けた際に、有効応力の減少に伴いせん断剛性が低下し、ついには流体のようにせん断抵抗を失ってしまう現象である。さらに、液状化層の上面が緩やかに傾斜している場合や護岸構造物などの崩壊により解放面が生じる場合には液状化した砂と水の混相体が流動するので、液状化の発生とともに、大きな地盤の水平変位や沈下が生じる<sup>1)</sup>。このような流動の被害事例は日米の共同研究<sup>2), 3)</sup>や地盤工学会<sup>4)</sup>、古閑ら<sup>5)</sup>などによってまとめられている。液状化に伴う流動現象については、浜田ら<sup>6)</sup>による航空写真測量の結果から、その変位量が明らかにされ、ときには 10 m 以上の水平変位が発生することが分かっている。1995 年兵庫県南部地震においても、埋立地における岸壁背後地盤の流動に起因する建物や橋梁などの基礎の被害が多数報告されている<sup>7)</sup>。

液状化の可能性のある地盤に建設される構造物の耐震設計を合理的に行うためには、地盤の変形量や構造物に作用する流動力を予測する手法が必要とな

る。有限要素法を用いた有効応力解析法は、土骨格と間隙水を連成させた場の方程式に砂の構成則を組み込んだものであり、初期状態から地震中の地盤の動的挙動のみならず地震動終了後の地盤-構造物の挙動を比較的忠実に再現できることから、地盤変形の有効な予測手法の一つと考えられる。これまで、固体力学に基づいた多くの砂の構成式が提案され、多様な応力条件下での応力～ひずみ関係やダイレイタンシー挙動を再現することが可能となり、構造物の被災事例の解析に適用され、その変形予測精度の検討が進められている<sup>8)～13)</sup>。

一方、液状化した後の流動地盤の変形を予測するため、液状化後の砂の応力～ひずみ関係を有限要素法に組み込んだ手法も提案され、予測精度の検討がなされている。例えば、安田ら<sup>14)</sup>は液状化に伴う流動を簡便かつ実務的な精度で解析できる残留変形解析方法を提案している。また、Shamoto ら<sup>15)</sup>は過剰間隙水圧比が 100% に達した後（ポスト液状化）の地盤のせん断変形過程において、有効応力に依存しない変形成分を表現できる構成式を提案し、液状化後の地盤の残留変形量を解析的に求める方法を提案している。これらの手法はいずれも流動現象を固体力学の範疇で解明しようとするものであり、地盤の残留変形量の予測を主な目的としている。しかしながら、液状化した地盤に引続いて駆動力が作用され

ると、流動地盤は液体的な特性を持っていることが実験的に示されるようになってきている。例えば、流動地盤中の杭体に作用する流動力を測定した模型実験<sup>16)</sup>では、杭体に発生する曲げモーメントは地盤の流動速度に関係していることが示され、杭に作用する流動力は液状化地盤を粘性流体と仮定した場合の粘性抵抗力に対応していると考えられるようになった。このように液状化後の流動現象に対する流体力学的なアプローチとして、例えば、Uzuoka ら<sup>17)</sup>は液状化した砂を Bingham 流体として解析する方法を提案し、比較的単純な境界条件下ではあるが流動力や流動後の変形を定性的に予測している。他にもエネルギー原理に基づいた Newton 粘性流体モデル<sup>18)</sup>、粘弾性モデル<sup>19)</sup>などが提案されている。一方、液状化に伴う流動現象を流体力学的に扱う場合、粘性係数の設定が重要なポイントになる。液状化した地盤の粘性係数を求めた実験の結果<sup>20)~24)</sup>によると液状化地盤の粘性係数は一定値ではなく、加振する加速度の大きさ、相対密度、液状化の程度などにより異なっており、ばらつきが大きい。したがって、液状化に伴う流動現象を流体力学的に扱うには、粘性係数を精度よく求めることが重要な課題になっている。

上記したように、液状化・流動現象を解析するための既往の手法は、液状化発生までは固体力学に基づく有効応力解析法を用いており、液状化した後の砂の挙動は固体的な性質と流体的な性質のそれぞれに着目した解析手法が提案されており、両者を融合したものはない。液状化の過程において、土要素は液状化発生前の固体的な挙動から、液状化時の流体的な挙動を経て、再び固体的な挙動を示すようになると考えられる。また、実際の液状化現象では固体・流体間の相変化過程が空間的にも時間的にも不均一に発生すると考えられ、ある時刻においては、固体的な性質を持つ領域と流体的な性質を持つ領域が混在することになる。このような問題に対応するには、固体と流体間の遷移領域を表現できる解析手法を開発する必要がある。要素レベルでの研究として、室内試験結果に基づき液状化後の砂のせん断ひずみを粒状体（固体）の性質による成分と不安定な砂粒子と水の混合体（擬塑性流体）の性質による成分の和で表現する試み<sup>25)</sup>がなされているが、有限要素解析などに利用できる一般的な構成式にはなっていない。

本研究では、砂地盤の液状化・流動現象を固体・液体間の相変化過程を含んだ現象と考え、液状化時の相変化過程を表現できる構成式として、簡便かつ多次元解析にも適用可能な砂の構成式を提案する。

これは繰返し弾塑性構成式と Newton 粘性流体構成式を  $\alpha$  という相変化制御関数を導入して、組み合わせたものである。以後これを流弾塑性構成式と呼ぶ。はじめに、要素シミュレーションを実施し、提案した構成式の基本的挙動を検証する。つぎに、液状化地盤上の盛土の遠心模型実験<sup>26)</sup>のシミュレーションを行い、提案した流弾塑性構成式の適用性を検討する。

## 2. 流弾塑性構成式とその定式化

### (1) 流弾塑性構成式の概念

固体力学に基づく土と水の混合体の全応力と有効応力の関係は間隙水圧を用いて、以下のように表現できる。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + p\delta_{ij} \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_{ij}$  は全応力テンソル、 $\sigma'_{ij}$  は有効応力テンソル、 $p$  は間隙水圧、 $\delta_{ij}$  はクロネッカーのデルタである。土骨格を弾塑性体と仮定した場合、有効応力は弾塑性体が負担する応力  $\sigma_{ij}^{sp}$  となり、式(1)は次のようにになる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{sp} + p\delta_{ij} \quad (2)$$

一方、流体力学における粘性流体の全応力は一般に次のように表せる。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^v + p\delta_{ij} \quad (3)$$

ここに、 $\sigma_{ij}^v$  は粘性流体が負担する粘性抵抗応力である。

式(2)と式(3)を比較すると、全応力から水圧を差引いた成分が、式(2)では土骨格の有効応力テンソルに、式(3)では粘性抵抗応力に相当していることがわかる。本研究では、この関係を利用して、液状化過程における固体・液体間の相変化をスムーズに表現できるモデルを提案する。すなわち、地盤が固体として振舞う過程では土・水の二相混合体の有効応力に相当する弾塑性体の応力  $\sigma_{ij}^{sp}$  を用いる。一方、地盤が液体として振舞う過程では土・水の一相混合体の粘性抵抗に相当する粘性流体の応力  $\sigma_{ij}^v$  を用いる。そして、固体・液体間の遷移過程の応力については、固体の有効応力  $\sigma_{ij}^{sp}$  と液体の粘性応力  $\sigma_{ij}^v$  のそれぞれが分担すると仮定し、 $\sigma_{ij}^{sp}$  と  $\sigma_{ij}^v$  の和で表すこととする。固体・液体の応力分担率は、後に示す過

剩間隙水圧比に依存した相変化制御関数  $\alpha$  によって決定する。以上より、本研究で提案する流弾塑性構成式を次式に、概念図を図-1に示す。

$$\sigma_{ij} = (1-\alpha) \sigma_{ij}^{ep} + \alpha \sigma_{ij}^{vf} + p \delta_{ij} \quad (4)$$

弾塑性体の応力  $\sigma_{ij}^{ep}$  の評価には、弾塑性理論に基づいた Oka ら<sup>27)</sup>の砂の繰返し弾塑性構成式を用いて、次式のように評価する。

$$d\sigma_{ij}^{ep} = D_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl} \quad (5)$$

ここに、 $D_{ijkl}^{ep}$  は有効応力増分～ひずみ増分の関係を表す弾塑性係数テンソル、 $d\varepsilon_{kl}$  はひずみ増分テンソルである。なお、ここでは  $D_{ijkl}^{ep}$  の非線形性を考慮して、増分形で記述している。粘性流体の応力  $\sigma_{ij}^{vf}$  の評価には等方の Newton 粘性構成式を用いる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{vf} &= D_{ijkl}^{vf} \dot{\varepsilon}_{kl} \\ &= 2\mu' \dot{\varepsilon}_{ij} + \lambda' \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $D_{ijkl}^{vf}$  は粘性係数テンソル、 $\dot{\varepsilon}_{kl}$  はひずみ速度テンソル、 $\mu'$  は粘性係数、 $\lambda'$  は第二粘性係数である。

## (2) 相変化制御関数 $\alpha$

液状化の発生以降は、 $\alpha$  を過剰間隙水圧比の関数として次式のように定義した。

$$\alpha = a \cdot \exp(b \cdot (1 - \sigma'_m / \sigma'_{m0})) \quad (7)$$

ここに、 $\sigma'_m$  は平均有効応力、 $\sigma'_{m0}$  は初期平均有効応力、 $a, b$  はパラメータである。 $\alpha$  の値と過剰間隙水圧比の関係を図-2 に示す。なお、ここでは  $(1 - \sigma'_m / \sigma'_{m0})$  を過剰間隙水圧比 (E.P.W.P.R.) とよぶ。図-2 に示すように液状化状態では  $\alpha$  を 1.0 に近い値とし、過剰間隙水圧の減少とともに、急激に 0 になるようにパラメータはそれぞれ  $a = 2.1 \times 10^{-9}$ 、 $b = 20.0$  とした。これは、飽和砂が流体的な挙動を示すのは平均有効応力が 0 に近い状態に限られることをモデル化したものである。

提案した流弾塑性構成式を用いることによって、液状化過程は次のように表現される。初期状態から液状化発生までの過程では、 $\alpha$  が 0.0 であるため、固体力学に基づいた砂の繰返し弾塑性構成式が用いられる。液状化が発生した後は、 $\alpha$  が 0.0 ～ 1.0 の値をとるため、繰返し弾塑性構成式と Newton 粘性流体構成式が組み合わされた構成式が用いられる。

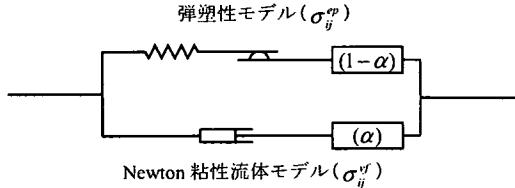


図-1 流弾塑性構成式の概念

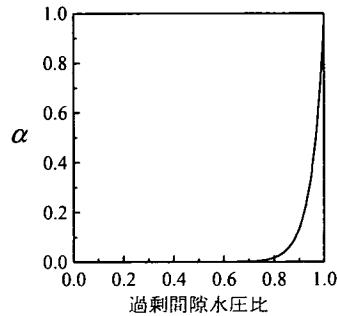


図-2 相変化制御関数  $\alpha$

過剰間隙水圧の消散などに起因して平均有効応力が回復する過程において、再び  $\alpha$  が 0.0 に戻るので、繰返し弾塑性構成式が用いられる。

## (3) 場の方程式と離散化

前述のように流弾塑性構成式では、流体の粘性抵抗応力が土骨格の有効応力テンソルに対応している。よって、 $\alpha$  の値に関わらず、Biot<sup>28)</sup>の固相と液相の二相から成る飽和孔質体を扱った場の方程式を用いることができる。一般に流体解析では物質の移動を Euler 的記述法により表現するが、ここでは  $\alpha = 1.0$  の場合でも固体力学での Lagrange 的記述法をそのまま用いる。本研究では Oka ら<sup>29)</sup>により誘導された固相の変位  $u$  と間隙水圧  $p$  を未知数とした  $u-p$  formulation を用い、空間的には FEM (釣り合い式) と FDM (連続式) により離散化し、時間的には Newmark の  $\beta$  法により離散化する。 $u-p$  formulation では、以下の事を仮定する。

- ①ひずみは、微小ひずみである。
- ②間隙率の空間微分は 0 とする。
- ③間隙部分の、土粒子骨格部分に対する相対加速度は、それぞれの加速度に比較して十分小さい。
- ④土粒子は非圧縮性である。

### a) 場の方程式

まず、混合体に対する釣り合い式は運動量保存則に基づいて、近似的に次式のように与えられる。

$$\rho \ddot{u}_i^s = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i \quad (8)$$

ここに、 $\rho$ は混合体の密度、 $\ddot{u}_i^s$ は固相の（絶対）加速度、 $\sigma_{ij}$ は混合体の全応力、 $b_i$ は単位質量当りの物体力（作用方向が正符号）である。また、本研究では固体力学に基づき物質の移動を Lagrange 的に扱うことから、ここで示される変数の時間変化は実質微分を用い、ドットとして表す。

一方、混合体の連続式は質量保存則に基づいて、次式のように与えられる。

$$\frac{k}{\gamma_w} \left( \rho' \ddot{\epsilon}_{ii}^s - \frac{\partial^2 p_d}{\partial x_i^2} \right) - \dot{\epsilon}_{ii}^s + \frac{n}{K'} \dot{p}_d = 0 \quad (9)$$

ここに、 $k$ は透水係数、 $\gamma_w$ は液相の単位体積重量、 $\rho'$ は液相の密度、 $\epsilon_{ii}^s$ は固相の体積ひずみ、 $p_d$ は静水圧からの増加分として定義される過剰間隙水圧、 $n$ は間隙率、 $K'$ は液相の体積弾性係数である。

#### b) 離散化

釣り合い式（式(8)）の空間的な離散化には有限要素法を用いる。有限要素の節点の変位ベクトル $\{u_N\}$ と要素重心で定義した過剰間隙水圧 $p_{de}$ を未知数とし、繰返し弾塑性構成式が増分形であることに留意すると、次式が得られる。

$$[M]\{\ddot{u}_N\} + ((1-\alpha)[C'''] + \alpha[C''])\{\dot{u}_N\} + (1-\alpha)[K]\{\Delta u_N\} + [K_v]p_{de} = \{F_d\} - \{R_{dl}\} \quad (10)$$

ここに、各項のマトリックス、ベクトルは以下のように表現される。

$$[M] = \int \rho[N]^T [N] dV \quad (10a)$$

$$[K] = \int [B]^T [D'''] [B] dV \quad (10b)$$

$$[C'''] = \alpha_0[M] + \alpha_1[K] \quad (10c)$$

$$[C''] = \int [B]^T [D''] [B] dV \quad (10d)$$

$$[K_v] = \int [B_v]^T [B_v] dV \quad (10e)$$

$$\{F_d\} = \int \rho[N]^T \{b_d\} dV + \int [N]^T \{T_d\} dS \quad (10f)$$

$$\{R_{dl}\} = (1-\alpha) \int [B]^T \{\sigma'''_{|t=0} - \sigma'''_{|t=0}\} dV \quad (10g)$$

ここで、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[C''']$ は Rayleigh 減衰マトリックス、 $[C'']$ は Newton 粘性流体の粘性マトリックス、 $[K]$ は弾塑性モデルの剛性マトリックス、 $\{K_v\}$ は節点変位を体積ひずみに変換するベクトル、 $\{F_d\}$ は地震により新たに作用する荷

重ベクトル、 $\{R_{dl}\}$ は残差ベクトルである。

式(9)の連続式に対し、間隙水圧の項については要素の中心点を差分格子とした差分法<sup>30)</sup>より、他の項については釣り合い式の離散化で用いた方法より離散化を行い、領域 $V$ に対して積分を用いて展開すると次式が得られる。

$$\frac{\rho' k}{\gamma_w} \{K_v\}^T \{\ddot{u}_N\} - \{K_v\}^T \{\dot{u}_N\} - \alpha' p_{de} + \sum_{i=1}^4 \alpha'_i p_{de_i} + A \dot{p}_{de} = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\alpha'$ と $\alpha'_i$ は要素中心と隣り合う要素の間を差分格子として差分近似した間隙水圧に関する係数、 $p_{de_i}$ は当該要素と隣り合う要素の重心での過剰間隙水圧、 $A$ は液相の圧縮性に関する係数である。さらに、空間離散化された釣り合い式（式(10)）と連続式（式(11)）に対して、Newmark の $\beta$ 法により時間離散化し、解くべき最終的な場の方程式が得られる。また、不釣合の処理の方法には一般に次の 2 つの方法がある。一つは繰返し計算により、当該ステップで解消する方法、もう一つは次のステップにそのまま持ち越す方法である。時間積分間隔が小さいときは後者の方法でも十分な計算精度が検証できる<sup>31)</sup>ので本研究では後者の方法により不釣合式を解消する。また、Newmark の $\beta$ 法における $\beta$ 、 $\gamma$ の値として、それぞれ 0.3025、0.6 を解析で用いた。この値は一般的な砂地盤の解析であれば、時間増分 0.001 秒程度で、安定した解を与えることができる<sup>32)</sup>。

#### (4) 流弾塑性構成式の挙動に関するケーススタディ

提案した流弾塑性構成式を用いて、図-3 に示すような載荷過程（繰返し載荷後の単調載荷、応力制御）による単純せん断試験を想定して、一要素を用いた要素シミュレーションを実施した。

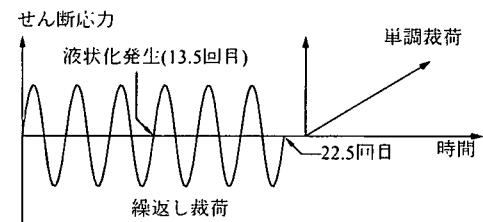


図-3 載荷の時刻歴

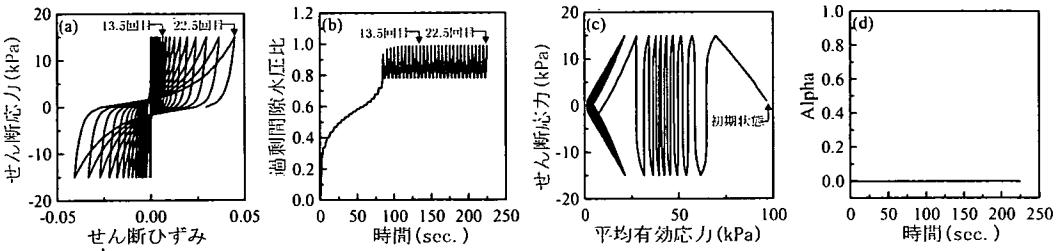


図-4 弾塑性モデルによる解析結果

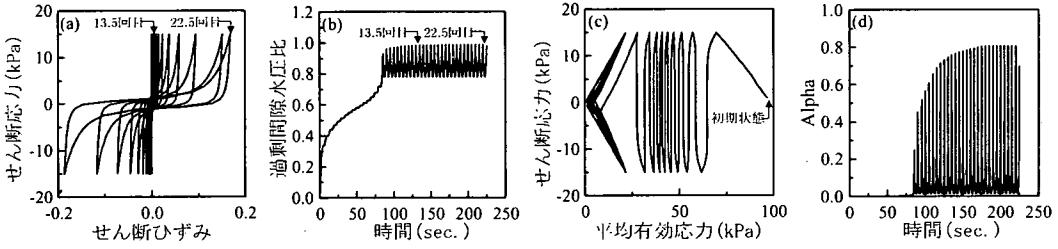


図-5 流弾塑性モデルによる解析結果

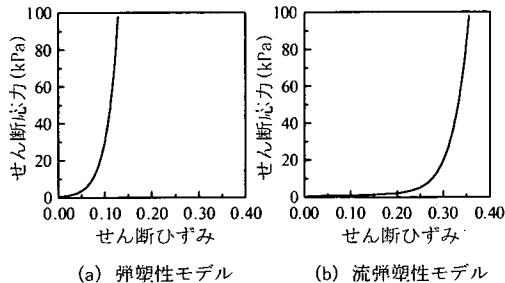


図-6 単調載荷の過程中的解析結果

### a) 解析条件

相対密度 50% の豊浦砂 ( $G_s=2.64$ , 最大間隙比  $e_{\max}=0.977$ , 最小間隙比  $e_{\min}=0.605$ ) を想定して弾塑性パラメータを設定した。繰返しせん断応力比 0.153 で繰返し回数 13.5 回目に液状化が発生するように弾塑性構成式のパラメータを設定した。必要なパラメータは表-1 にまとめられている。液状化が発生した後も連続して繰返し載荷 (0.1Hz) を 22.5 回目までかけた後、単調載荷を行った。なお、粘性流体の構成式を規定する 2 つの粘性係数は Hamada らの実験結果<sup>33)</sup> (せん断ひずみ速度が 0.1 1/sec の場合) を用い、それぞれ  $\lambda'=0$ ,  $\mu'=0.3$  kPa·s とした。また、このケーススタディでは過剰間隙水圧比が 0.99 以上になった場合を液状化の発生時とした。

### b) 解析結果

図-4 は繰返し載荷の際にに関する弾塑性構成式により解析を行った結果を、図-5 は流弾塑性構成式により解析を行った結果を示す。図-4 と図-5 の (a) は応力～ひずみの関係、(b) は過剰間隙水圧比の時刻歴、(c) は応力経路、(d) は相変化制御閾数  $\alpha$  の時刻歴を示している。また、単調載荷過程の解析結果を図-6 に示す。図-4 と図-5 を比較すると、まず約 80 秒 (繰返し載荷の 8 回目まで) までは相変化制御閾数  $\alpha$  がほとんどゼロであるので、両者の結果は同じ挙動を示している。その後、過剰間隙水圧比が増加することに従い、相変化制御閾数  $\alpha$  が大きくなっている。全体的な応力の値は一定であるが、弾塑性モデルが負担する応力成分は小さくなり、その代りに、Newton 粘性流体モデルが負担する応力成分が増加する。その影響により、せん断ひずみが増加している。特に、このような影響は液状化が発生した後に卓越に発生しており、弾塑性構成式の場合に比べると、流弾塑性構成式を用いた場合には、せん断応力の小さい部分でのせん断ひずみの発生が大きいことが分かる。この傾向は単調載荷の部分でも同じである。しかし、流弾塑性構成式を用いている場合でも、せん断応力が大きくなるとせん断ひずみの急激な増加はなくなり、再び固体的な挙動を示すことが分かる。したがって、提案した構成式は、平均有効応力が非常に小さい液状化状態で発生する大きなせん断ひずみを Newton 粘性流体モデルで評価する

ことにより、弾塑性構成式よりも液状化に伴う流動過程を適切に再現できるといえる。今後は室内試験結果に基づき、構成式の定量的なひずみ予測精度の検討が必要になる。

### 3. 遠心模型実験のシミュレーション

提案した流弾塑性構成式を用いて、液状化地盤上の盛土を想定した動的遠心模型実験<sup>26)</sup>を対象として、シミュレーションを実施した。

#### (1) 遠心模型実験の概要

遠心模型実験に用いられた盛土模型は内寸で幅150 cm, 奥行30 cm, 深さ50 cmの剛な土槽の中に作成されている。この実験は土木研究所で実施されたものである。図-7に実験模型を示す。なお、実験は50 Gで行なわれたので、図中の寸法は全て模型の50倍のスケール（解析に用いたスケールで原型スケールと呼ぶ）で示している。底面から約0.5 mの深さに碎石を使用して排水層が設置されている。その上に、7号硅砂層（相対密度約90%）と江戸崎砂層（相対密度約63%）をそれぞれ4.5 m, 8.0 mの厚さで、所定の密度となるように締固めながら作成された。その後、土槽を真空槽内に移動し、底面の排水層から水の50倍の粘性を持つメチルセルロース2%水溶液を注入し、水位が水平地盤の地表面と一致するように、水平地盤を飽和させている。盛土の吸水防止のため碎石層を地盤中央に設置した後、含水比20%の江戸崎砂を用いて盛土体が構築された。上部層の江戸崎砂は茨城県で採取された山砂であり、平均粒径0.181 mm、均等係数4.24、細粒分含有率11%である。下部層の7号硅砂は、江戸崎砂より粒度のそろったきれいな砂であり、平均粒径0.169 mm、均等係数1.59、細粒分含有率1%である。模型作成後、50 Gの遠心加速度場で、図-8に示す加速度波形を入力し、盛土および基礎地盤の加速度応答、基礎地盤内の過剰間隙水圧および盛土の沈下量などが測定された。

#### (2) 解析条件

解析には図-9に示す有限要素モデルを用いた。なお、模型底面の碎石層は液状化層を飽和させるために利用されるものであり、碎石層は薄く透水係数が大きいので、加振の際の過剰間隙水圧はすぐ消散し、液状化層に及ぼす影響は小さいので、解析では無視した。また、境界条件は遠心模型と同じにし、原型スケールで有限要素モデルを作成した。

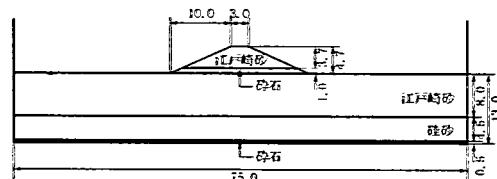


図-7 模型概要(原型スケール、単位：m)

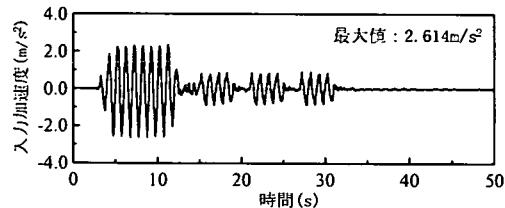


図-8 入力加速度

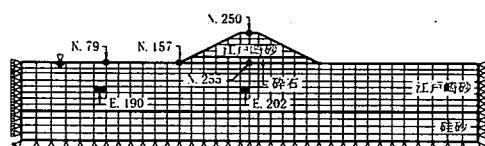


図-9 解析モデル

解析に用いた弾塑性構成式および流弾塑性構成式のパラメータは遠心模型が作成された時の物性値と各種室内試験（CD試験、液状化試験、等方圧密試験など）から設定した。解析に用いた弾塑性構成式のパラメータを表-1に示す。江戸崎砂および硅砂の密度～破壊応力比は各種室内試験結果から直接設定した。表-1中の硬化パラメータからダイレイターンシーパラメータまでの値は繰返し三軸試験から得られた液状化強度曲線へのフィッティングにより決定した。盛土体は、江戸崎砂を材料として用いているので、江戸崎砂のパラメータを用いた。盛土下部の碎石層については、その層厚が薄くため、碎石層が盛土体の変形に与える影響は少ないと考え、盛土体と同じパラメータを用いた。ただし、盛土体および碎石層の密度については、模型地盤作成時の密度測定から得られた値を用いた。また、盛土体および碎石層の弾塑性パラメータは、ダイレイターンシー係数を0、規準ひずみを無限大として、液状化の発生を考慮しない値とした。江戸崎砂および硅砂の室内試験および弾塑性構成式を用いた場合の要素シミュレーションの結果を図-10に示す。図には、液状化強度曲線、繰返し応力比が0.15（江戸崎砂）、0.30（硅砂）の場合のせん断応力～せん断ひずみ関係および有効応力経路を示している。

表-1 解析に用いたパラメータ

パラメータ名	豊浦砂	盛土	碎石	江戸崎砂	珪砂
密度( $\rho$ )	—	1.75	1.54	1.857	1.990
透水係数( $k$ , m/s)	—	—	—	1.70E-05	2.50E-05
初期間隙比( $e_a$ )	0.774	0.856	0.856	0.856	0.676
圧縮指数( $\lambda$ )	0.02	0.0264	0.0264	0.0264	0.0250
膨張指数( $\kappa$ )	0.002	0.0055	0.0055	0.0055	0.0025
初期せん断係数比( $G_u/\sigma'_{mb}$ )	940.0	829.0	829.0	829.0	1280.0
過圧密比	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
変相応力比( $M_s$ )	0.707	0.910	0.910	0.910	0.91
破壊応力比( $M_t$ )	0.99	1.120	1.120	1.120	1.51
硬化パラメータ	$B_o$	2100.0	3000.0	3000.0	3000.0
	$B_i$	20.0	—	—	60.0
	$C_i$	0.0	0.0	0.0	0.0
塑性規準ひずみ( $\gamma_{res}^p$ )	0.009	—	—	0.010	0.004
弾性規準ひずみ( $\gamma_{res}^e$ )	0.04	—	—	0.03	0.09
ダイレイタンシーパラメータ	$D_u$	4.20	0.0	0.0	5.00
	$n$	4.0	0.0	0.0	1.20
					4.00

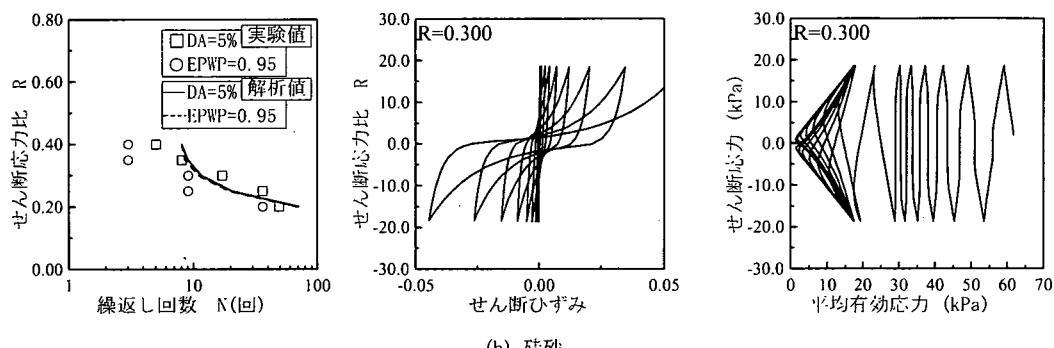
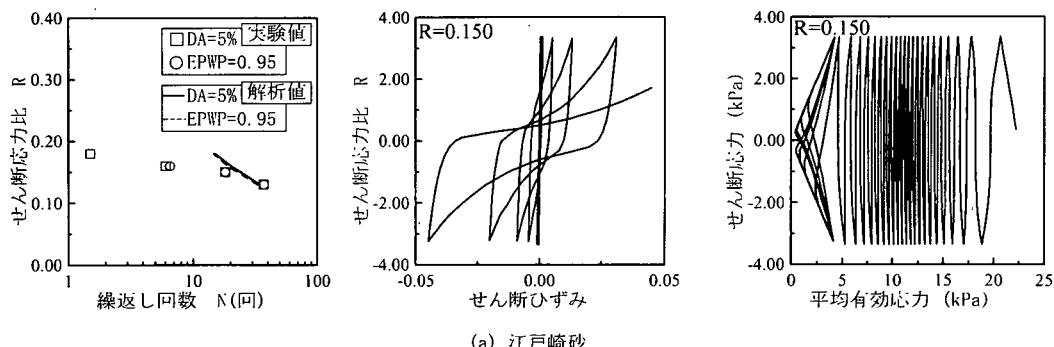
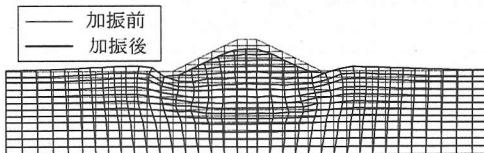
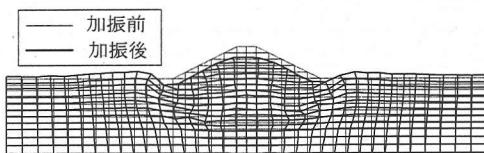


図-10 要素シミュレーション結果と液状化強度曲線



(a) 弹塑性モデル



(b) 流弾塑性モデル

図-11 変位の分布図( $t=50$ 秒の時)

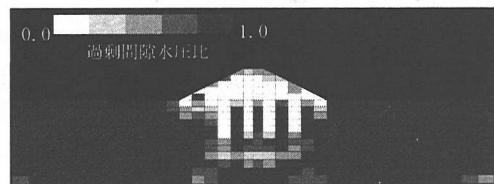
流弾塑性構成式のパラメータについて、弾塑性構成式の部分は表-1と同じパラメータを用いた。粘性係数は Hamada らの実験結果<sup>33)</sup>（せん断ひずみ速度が  $0.1 \text{ 1/sec}$  の場合）から  $\lambda'=0$ ,  $\mu'=0.3 \text{ kPa}\cdot\text{s}$ とした。また、相変化制御関数  $\alpha$  は、液状化が発生すると 0.99 とし、粘性流体としての特性が支配的となるようにした。それは、本研究で提案する流弾塑性モデルは液状化した砂の流体的な性質を表現するのに、Newton 粘性流体モデルを用いているが、液状化した後にも弾塑性成分を残すことにより近似的に Bingham 流体モデル的な挙動を模擬したものである。

### (3) 解析結果

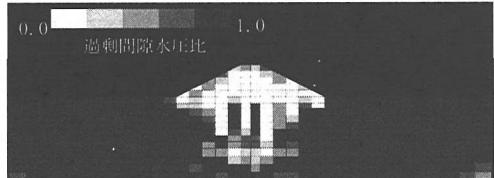
盛土と基礎地盤の全体挙動、代表節点での変位の時刻歴および代表要素での応力とひずみの挙動について、弾塑性構成式および流弾塑性構成式を用いて解析した結果を示す。

#### a) 加振後の盛土と基礎地盤の挙動

加振終了後における、弾塑性構成式および流弾塑性構成式を用いた場合の変形図を図-11 に、過剰間隙水圧比の分布図を図-12 に示す。盛土体の変形に着目すると、流弾塑性構成式の場合には、盛土体が側方に広がる傾向を示しており、盛土体自体の変形量が弾塑性構成式の場合よりもやや大きくなっている。つぎに、基礎地盤の変形に着目すると、盛土のり尻周辺では、流弾塑性構成式を用いた場合の変形が弾塑性構成式の場合よりやや大きくなっているが、盛土直下の基礎地盤では大差ない結果となっている。盛土直下の基礎地盤では、盛土自重による大きな初期軸差応力が作用していること、および水平地盤部



(a) 弹塑性モデル



(b) 流弾塑性モデル

図-12 過剰間隙水圧比の分布図( $t=50$ 秒の時)

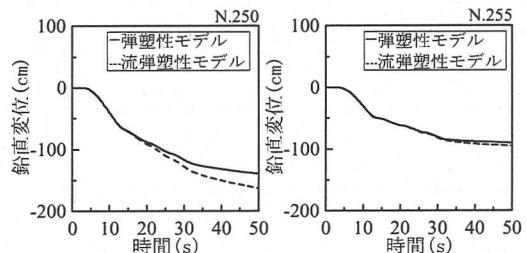


図-13 盛土部の鉛直変位の時刻歴

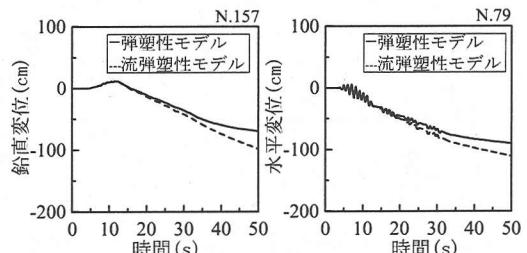


図-14 盛土と水平地盤の変位の時刻歴

の液状化により側方変位の拘束が緩くなることにより、過剰間隙水圧比が 1.0 に達することなく、せん断破壊に至る。このため、過剰間隙水圧比を相変化のパラメータとしている流弾塑性構成式の効果は盛土直下の基礎地盤では発揮されないことになる。一方、盛土直下から離れた水平地盤では、過剰間隙水圧比が 1.0 に達するとともに、盛土荷重による初期せん断応力のため、流弾塑性構成式を用いた場合は粘性流体の効果が発揮され、弾塑性構成式の場合より大きなせん断ひずみが発生したものと考えられる。

#### b) 代表節点での変位の時刻歴

盛土天端部 (N. 250, 図-9 参照) と盛土直下部 (N. 255) の鉛直変位の時刻歴を図-13 に、盛土のり尻部 (N. 157) と水平地盤部 (N. 79) の鉛直と水平変位の時刻歴を図-14 に示す。図において、正の値は鉛直上向き、水平右向きを示している。盛土天端部 (N. 250) の沈下は、遠心模型実験での加振後で 1.88 m であるが、解析は実験値をやや下回っている。盛土直下部の結果と比較すると、弾塑性構成式と流弾塑性構成式を用いた結果の差は盛土天端部の方が盛土直下部よりも大きくなっている。これは a) で述べたように、盛土直下の基礎地盤部では構成式の違いが結果にあまり影響しないことによる。

一方、盛土のり尻部と水平地盤部の変位の時刻歴 (図-14) をみると、弾塑性構成式より流弾塑性構成式を用いた場合の方が、盛土のり尻部から水平地盤に至る部分の変位が大きくなっていることが分かる。水平地盤においては、過剰間隙水圧比が 1.0 に達するため、粘性流体の効果が発揮され、水平変位量に差が生じたものと考えられる。盛土天端部の沈下量は盛土体自体の変形量の影響を受けることから、盛土周辺地盤の変位量の大きい流弾塑性構成式を用いた場合に、より大きな盛土天端の沈下量が発生したと考えられる。

### c) 代表要素での応力とひずみの挙動

水平地盤部 (E. 190, 図-9 参照)、盛土直下部 (E. 202) での江戸崎砂層中央部の過剰間隙水圧比の時刻歴を図-15 に、せん断ひずみの時刻歴を図-16 に、有効応力経路を図-17 に示す。

はじめに、水平地盤部の結果について考察する。図-15 に示すように加振開始後約 10 秒で過剰間隙水圧比がほぼ 1 に達しており、いずれの構成式を用いても同様の結果となっている。また、図-17 に示す有効応力経路についても、いずれの構成式も同様な結果となっている。図-16 に示すせん断ひずみの時刻歴についてみると、加振加速度がほとんど 0 となる約 30 秒以降で、流弾塑性構成式を用いた方が弾塑性構成式の場合より大きなせん断ひずみが発生している。水平地盤部でも、盛土荷重の影響を受け土槽壁方向の初期せん断応力が作用している。このため、図-16 に示すように、いずれの構成式を用いてもせん断ひずみが蓄積するが、過剰間隙水圧比が 1 の場合により大きなせん断ひずみが発生する流弾塑性構成式の方が、残留ひずみが大きくなつたと考えられる。

一方、盛土直下部においては、図-15、図-17 に示すように過剰間隙水圧比が 1 とならずに、有効応力経路が破壊線に到達する。水平地盤が液状化に至る 10 秒以降は、水平地盤の剛性が低下するため、

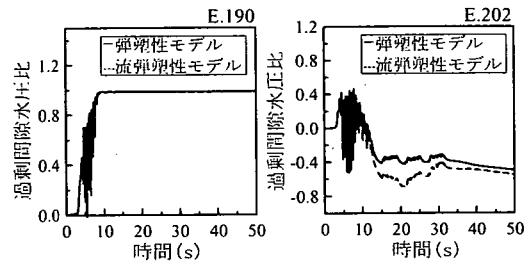


図-15 過剰間隙水圧比の時刻歴

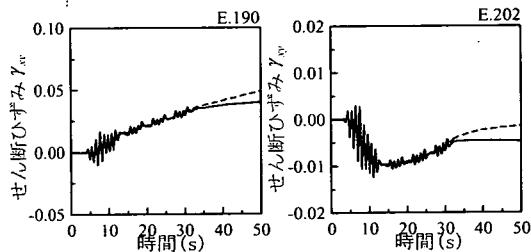


図-16 せん断ひずみの時刻歴

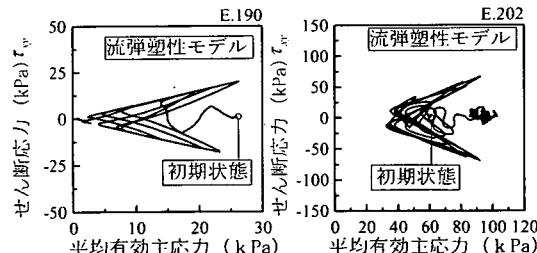
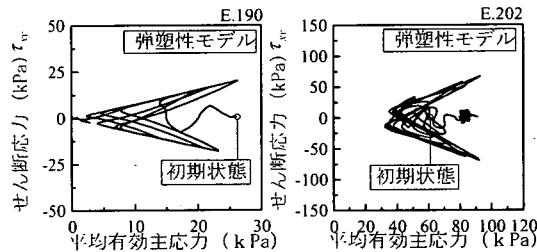


図-17 有効応力経路

盛土直下の基礎地盤が水平地盤方向へはらみ出すように変形する。このとき、盛土直下地盤では負圧が発生しているが、水平地盤への側方流動量が大きい流弾塑性構成式の方が弾塑性構成式よりも負圧の絶対値が大きくなっている。このように、盛土基礎直下地盤では、過剰間隙水圧比が 1 に到達しないため、粘性効果が発揮されることはないが、水平地盤の挙動の影響を受け、二つの構成式間で挙動に違いが表れる結果となっている。

#### 4. まとめ

砂地盤の液状化・流動現象を固体・液体間の相変化過程を含んだ現象と考え、液状化・流動過程における相変化現象を解析できるモデル、すなわち初期状態から液状化・流動過程、その後剛性回復による固体的な挙動を統一的に解析できる砂の構成則として、流弾塑性構成式を提案した。単純せん断試験に対する要素シミュレーションおよび液状化地盤上の盛土の遠心模型実験に対するシミュレーションを行い、提案した流弾塑性構成式の適用性を検討した結果、次のような結論を得た。

- 1) 提案した流弾塑性構成式は初期状態から液状化が発生するまでの飽和砂の挙動を、固体力学的な観点から弾塑性モデルにより評価し、液状化発生後の流動現象については流体力学的な観点からNewton粘性流体モデルにより表現した。さらに、流動の終息後に剛性が回復した時点で、再び固体力学的な観点から弾塑性モデルにより飽和砂の挙動を評価した。固体→液体→固体に変化する部分（相変化過程）では過剰間隙水圧比に比例する相変化制御関数 $\alpha$ を用いて、固体状態と液体状態が同時に存在できるモデルである。
- 2) 提案した構成式は平均有効応力が非常に小さい液状化状態で発生する大きなせん断ひずみをNewton粘性流体モデルで評価することにより、弾塑性構成式よりも液状化に伴う流動過程を適切に再現できた。また、過剰間隙水圧比に比例する相変化制御関数 $\alpha$ を用いてことにより、弾塑性体から流体への連続的な変化を調整することが可能となった。
- 3) 盛土の遠心模型実験に対するシミュレーションでは、流弾塑性構成式を用いた場合、弾塑性構成式を用いた場合より、盛土周辺部において大きなせん断ひずみが発生した。このため、盛土側方地盤の水平変位量や盛土体自体の変形量については、流弾塑性構成式を用いた場合の方が弾塑性構成式の場合より大きな値を与える結果となった。

ここで実施した盛土の遠心模型実験のシミュレーションでは、特に変形に着目して、提案した構成式の基本的な挙動を確認した。今後は、構成式の流体的性質にも着目し、地盤-構造物系の解析への適用性を検討する必要がある。ここで用いた数値解析コードは微小変形理論に基づくものであるので、地盤の流動現象が卓越し、地盤内に発生するひずみが数十%を超えるような場合には、有限変形に基づく解

析コードを用いなければならない。なお、ここでは相変化制御関数 $\alpha$ を過剰間隙水圧の関数と定義したが、この関数形の設定に当たっては、実験に基づく詳細な検討が必要である。

#### 参考文献

- 1) 吉田望：液状化にともなう流動のメカニズム、地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム、地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関する研究委員会、地盤工学会、pp.53-70, 1998.
- 2) Hamada, M. and O'Rourke, T.D. : Case studies of liquefaction and lifeline performance during past earthquakes, Vol.1 ; Japanese case studies, National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER-92-0001, pp.341, 1992.
- 3) O'Rourke, T.D. and Hamada, M. : Case studies of liquefaction and lifeline performance during past earthquakes, Volume 2 ; United States case studies, National Center for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEER-92-0002, pp.512, 1992.
- 4) 土質工学会：土質基礎工学ライブラリー、地盤の側方流動、pp.211-236, 1994.
- 5) 古閑潤一、遠藤修、川井田実、佐藤博、佐藤正義、堤達也、安中正美、若松加寿江：委員会報告1.被害事例と被害パターン分類、地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム発表論文集、地盤工学会、pp.1-52, 1998.
- 6) 浜田政則、安田進、磯山龍二、恵本克利：液状化による地盤の永久変位の測定と考察、土木学会論文集、No.376/III-6, pp.211-220, 1986.
- 7) Hamada, M., Isoyama, R. and Wakamatsu, K. : Liquefaction-induced ground displacement and its related damage to lifeline facilities, Soils and Foundations, Special Issue on Geotechnical Aspects of the January 17 1995 Hyogoken-Nambu Earthquake, pp.81-97, 1996.
- 8) Iai, S., Ichii, K., Liu, H. and Morita, T. : Effective stress analyses of port structures, Soils and Foundations, Special Issue on Geotechnical Aspects of the January 17 1995 Hyogoken-Nambu Earthquake, No.2, pp.97-114, 1998.
- 9) Matsuo, O., Shimazu, T., Uzuoka, R., Mihara, M. and Nishi, K. : Numerical analysis of seismic behavior of embankments founded on liquefiable soils, Soils and Foundations, Vol.40, No.2, pp.21-39, 2000.
- 10) 田口洋輔：液状化による地盤・基礎構造物の3次元挙動に関する研究、岐阜大学博士論文、pp.9-90, 1997.
- 11) 地盤工学会：液状化メカニズム・予測法と設計法に関する

- するシンポジウム、液状化メカニズム・予測法と設計法に関する研究委員会、1999。
- 12) 地盤工学会：地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム、地震時の地盤・土構造物の流動性および永久変形に関する研究委員会、1998。
  - 13) 吉田望：4. 液状化解析は実現象をシミュレート出来るか 液状化地盤における基礎設計の考え方、建築基礎の設計施工に関する研究資料 4、日本建築学会構造委員会基礎構造運営委員会編、日本建築学会、pp. 47-92、1998。
  - 14) 安田進、吉田望、安達健司、規矩大義、五瀬伸吾、増田民夫：液状化に伴う流動の簡易評価法、土木学会論文集、No.638/III-49, pp.71-89, 1999.
  - 15) Shamoto, Y., Zhang, J.-M., Tokimatus, K.: New charts for predicting large residual post-liquefaction ground deformation, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 17, pp. 427-438, 1998.
  - 16) Hamada, M., Ohtomo, K., Sato, H. and Iwatake, T.: Experimental study of effects of liquefaction-induced ground displacement on in-ground structures, *Proceedings from the Fourth U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction*, Technical Report NCEER-92-0019, pp.481-492, 1992.
  - 17) Uzuoka, R., Yashima, A., Kawakami, T. and Konrad, J.-M.: Fluid dynamics based prediction of liquefaction induced lateral spreading, *Computers and Geotechnics*, Vol.22, No.3/4, pp.243-282, 1998.
  - 18) Tamate, S., Towhata, I.: Numerical simulation of ground flow caused by seismic liquefaction, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol.18, pp. 473-485, 1999.
  - 19) Aydan, Ö.: The dynamic shear response of an infinitely long visco-elastic layer under gravitational loading, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 13, pp. 181-186, 1994.
  - 20) 土居賢彦、佐藤博、浜田政則、湯浅明：液状化している砂の物性に関する実験的研究、第28回土質工学研究発表会、pp.1187-1190、1993。
  - 21) Orense, R.P. and Towhata, I.: Three dimensional analysis on lateral displacement of liquefied subsoil, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.4, pp.1-15, 1998.
  - 22) Kawakami, T., Suemasa, N., Hamada, M., Sato, H. and Katada, T.: Experimental study on mechanical properties of liquefied sand, *Proceedings from the Fifth U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction*, Technical Report NCEER-94-0026, pp.285-299, 1994.
  - 23) Towhata, I., Vargas-Monge, W., Orense, R. P., Yao, M.: Shaking table tests on subgrade reaction of pipe embedded in sandy liquefied subsoil, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol.18, pp.347-361, 1999.
  - 24) 浜田政則、島村一訓、柳瀬和俊、中村正樹、田中淳寛：液状化土の流動特性に関する研究、第2回構造物の破壊課程解明に基づく地震防災性向上に関するシンポジウム論文集、pp.261-266、2000。
  - 25) Shamoto, Y., Zhang, J.-M. and Goto, S.: Mechanism of large post-liquefaction deformation, *Soils and Foundations*, Vol.37, No.2, pp.71-80, 1997.
  - 26) 松尾修、岡村未対、田本修一：法先固化改良による盛土の耐震対策効果に関する動的遠心模型実験報告書、土木研究所資料、第3688号、2000。
  - 27) Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S.: A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol.49, No.5, pp.661-680, 1999.
  - 28) Biot, M.A.: Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media, *Journal of Applied Physics*, Vol.33, No.4, pp.1482-1498, 1962.
  - 29) Oka, F., Yashima, A., Shibata, T., Kato, M. and Uzuoka, R.: FEM-FDM coupled liquefaction analysis of a porous soil using an elasto-plastic model, *Applied Scientific Research*, Vol.52, pp.209-245, 1994.
  - 30) 赤井浩一、田村武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析、土木学会論文集、第269号、pp.98-104、1978。
  - 31) 渋岡良介：地盤の液状化発生から流動までを予測対象とする解析手法に関する研究、岐阜大学博士学位論文、pp.106-107、2000。
  - 32) 加藤満：多次元液状化解析法とその応用に関する研究、岐阜大学博士論文、pp.45-53、1995。
  - 33) Hamada, M., Sato, H. and Kawakami, T.: A consideration of the mechanism for liquefaction-related large ground displacement, *Proceedings from the Fifth U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction*, Technical Report NCEER-94-0026, pp.217-232, 1994.

(2001. 10. 4 受付)

# FLUIDAL-ELASTO-PLASTIC CONSTITUTIVE EQUATION OF SAND AND UNIFIED ANALYSES OF LIQUEFACTION AND FLOW PROCESSES OF GROUND

Tadanobu SATO, Yong MOON and Ryosuke UZUOKA

A simple constitutive equation for saturated loose sand was developed to be able to express the phase change phenomenon between solid and fluid during liquefaction. This is named the fluidal-elasto-plastic constitutive equation, which combines a cyclic elasto-plastic behavior of sand and Newtonian viscous fluid characteristic of liquefied sand by defining a phase controlling function. Using the proposed constitutive equation and the finite element scheme, we conducted an element simulation to investigate basic behavior of the proposed constitutive equation and then applicability of this constitutive equation to practical problems is investigated by comparing the results of a centrifuge experiment with simulated ones.